

# Antagningsprovet i matematik och fysik – förhoppningar och erfarenheter

Martin Cederwall och Jana Madjarova, *Chalmers tekniska högskola*

**Sammanfattning**—Sedan 2007 har ett antagningsprov i matematik och fysik använts som alternativt urvalsinstrument för tre av Chalmers civilingenjörsprogram – Teknisk fysik, Teknisk matematik och Arkitektur och teknik. I år (2011) användes provet för första gången även på KTH, för programmen Teknisk fysik och Farkostteknik. Vad ville vi uppnå med provet och i vilken mån har vi lyckats? Kan man observera de sidoeffekter vi hoppades på? Hur har vi kopplat provets konstruktion till våra mål? Vad tycker studenterna om provets existens och utformning? Efter fem års erfarenhet försöker vi ge svar på dessa och andra frågor.

**Sökord/uttryck**—Civilingenjörsutbildningar, urvalsinstrument, antagningsprov, matematik och fysik.

## I. INLEDNING – VÅRA FÖRHOPNINGAR

Målet med Matematik- och fysikprovet var och är att ge högskolan ytterligare ett urvalsinstrument som gör det möjligt att fånga upp studenter med goda förutsättningar att klara av de berörda utbildningarna och bli duktiga civilingenjörer/arkitekter. Provet har använts på Chalmers sedan 2007 på programmen Teknisk fysik och Arkitektur och teknik och sedan 2008 även på det då nystartade programmet Teknisk matematik. I år (2011) användes provet för första gången på KTH, för programmen Teknisk fysik och Farkostteknik, och från 2012 kommer också Kemiteknik med fysik på Chalmers att använda provet. Efter en ”proverperiod” 2007-2009 gjordes en första utvärdering, varpå provet permanentades på Chalmers. Vi berättar här dels om vad utvärderingen kom fram till, dels om vad våra (till stor del subjektiva) intryck är efter att vi använt provet i fem år.

Vi utgick från antagandet att det finns en grupp gymnasieelever med utpräglat matematik-fysik-teknikintresse, men med förhållandevis låga medelbetyg, som av den anledningen antingen inte söker utbildningarna Teknisk fysik, Teknisk matematik, Arkitektur och teknik, eller som inte blir antagna till dessa. Vår tanke var och är att attrahera den elevgruppen och ge den en chans att komma in på ett specialutformat prov istället för på betyg eller på det mycket allmänna högskoleprovet.

För de utbildningar som har lägre söktryck och främst för

dem som har svårt att fylla sina platser kan ett antagningsprov låta som en onödig lyx, totalt irrelevant att diskutera. Vi är inte av den åsikten. Det är inte osannolikt att höga krav på dem som antas får effekten att man får kandidater med bättre förutsättningar och därmed höjer utbildningens status.

Vi har också eftersträvat vissa sidoeffekter. Provet är en tydlig signal från högskolans sida. Det visar att vi förväntar oss att de studenter som kommer till oss har vissa grundläggande kunskaper och färdigheter som vi kan bygga vidare på. Sådana kunskaper och färdigheter kan fattas av en rad olika skäl, även hos sökande med höga antagningspoäng baserade på betyg. En anledning kan vara att eleven under sin gymnasieutbildning gjort taktiska val, d.v.s. val av program och kurser på vilka det är (förhållandevis) lättare att få höga betyg, med en senare komplettering av de kurser som är särskilda behörighetskrav. En annan är att elever ofta (speciellt om de inte läser vidare direkt efter gymnasieutbildningen) lyckas förtränga en stor del av den matematik och fysik de läst. Det uppfattas som högskolans skyldighet att med hjälp av repetitions-, introduktions- och dylika kurser få dessa elever att uppnå den nödvändiga kunskapsnivån för högskolestudier. Antagningsprovet signalerar att det är de sökandes ansvar att komma till universitetet med de nödvändiga kunskaperna i bagaget.

Vi anser att ett antagningsprov även har en rättviseaspekt. Det nuvarande betygssystemet, inte minst den betygsinflation vi bevittnar under de senaste åren, gör att det är näst intill omöjligt att veta vilka kunskaper och förmågor som döljer sig bakom betygen. Speciellt för utbildningar med höga antagningspoäng är gymnasiebetygen ett ganska trubbigt urvalsinstrument. Vid eventuell lottning mellan sökande med samma meritpoäng känns det som att man anlitar slumpen för att avgöra ungdomars framtid. Antagningsprovet är rättvist i bemärkelsen att alla som tar det jämförs på samma uppgifter vid samma tillfälle.

Slutligen tror vi att det i sig är värdefullt att tillhandahålla olika möjliga vägar in till högskolestudier, så länge urvalsinstrumenten har prognosvärde. Olika sätt att värdera kunskaper och studiemeriter gynnar och missgynnar förstås systematiskt olika profiler.

## II. PROVETS UTFORMNING

Båda provdelarna är konstruerade efter samma principer: ett antal flervalsfrågor (20 i matematik, 13 i fysik), ett antal

Bidraget inskickat den 15 oktober 2011.  
Martin Cederwall, Fundamental fysik, Chalmers, 412 96 Göteborg (e-mail: martin.cederwall@chalmers.se).  
Jana Madjarova, Matematiska vetenskaper, Chalmers, 412 96 Göteborg (e-mail: jana@chalmers.se).

frågor där endast svar skall ges (10 i matematik, 6 i fysik), samt en uppgift, för vilken man skall redovisa fullständig lösning. Den sista är vald så att lösningen är förhållandevis lätt att motivera, utan krav på avancerad bevisföring. Valet av typ av frågor/uppgifter gör att rättningsmallen blir enkel och mycket få ”stilpoäng” delas ut. Flervalsfrågor kan (med viss möda) konstrueras så att man kan urskilja begrepps- och metodmässiga missförstånd och oklarheter. Elever och studenter brukar kalla sådana frågor ”luriga”, vilket ska tolkas som att de kräver eftertanke, trots sin skenbara enkelhet. Ingen av provdelarna tillåter hjälpmedel, vare sig formelsamling eller miniräknare.

I de flesta av flervalsfrågorna i matematikdelen finns ”annat svar” som en svarsalternativ, vilket gör det svårare att gissa sig fram till det rätta svaret utan att utföra beräkningarna. I några få matematikfrågor förekommer inte den möjligheten; där är det tänkt att det rätta svaret ska tas fram genom att man eliminerar övriga svar som felaktiga. Fokus i matematikdelen ligger inte på det mest avancerade man lärt sig på gymnasiet (derivator, integraler o. dyl.), utan på tekniker och färdigheter vi anser att man måste behärska från dag ett på högskolan, som omskrivning av algebraiska uttryck, rötter, logaritmer, trigonometriska formler etc.

Några exempel från matematikdelen:

(nr 3, 2007) Om  $f(x) = (x+a)^2$ , så är  $f(2)$  lika med

- (a)  $a^2+4a+4$ ;
- (b)  $a^2+2a+4$ ;
- (c)  $a^2+4$ ;
- (d) annat svar.

Uppgiftens mål är att fånga in några typiska elevfel vid användning av kvadreringsreglerna.

(nr 6, 2007) Om  $ax^2 + x + 1 > 0$  för alla reella  $x$ , så är  $a$

- (a) positivt;
- (b) negativt;
- (c) lika med noll;
- (d)  $a$ :s tecken kan ej avgöras.

På gymnasiet arbetar man oftast med andragsuttryck, i vilka koefficienten framför den högsta potensen har dividerats bort. Uppgiftens mål är att undersöka huruvida eleven förstår hur denna koefficients tecken påverkar andragsfunktionens beteende.

(nr 8, 2007) Om  $m^{\alpha n} = n^m + 1$  för alla positiva heltal  $m$  och  $n$ , så är  $2^{\alpha(3^{\alpha 2})}$

- (a) 513;      (b) 82;      (c) 1025;      (d) annat svar.

Uppgiften undersöker elevens förmåga att ”läsa innantill”, i det här fallet att ta till sig en definition.

(nr 9, 2011) Alla positiva reella lösningar till ekvationen  $x^{x^2-3x} = x^2$  ges av

- (a)  $x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$
- (b)  $x = \frac{3 + \sqrt{17}}{2}$
- (c) ekvationen har inga positiva reella lösningar;

(d) inget av (a)-(c).

Uppgiften undersöker om eleven har insikten att man inte kan logaritmera med basen 1, alternativt inte kan dividera med noll.

(nr 18, 2011) "Varje gång jag har besökt USA har jag också besökt Kanada." Av detta kan man dra slutsatsen att

- (a) Jag har varit i USA och Kanada lika många gånger.
- (b) Om jag inte har varit i Kanada så har jag heller inte varit i USA.
- (c) Om jag inte har varit i USA så har jag heller inte varit i Kanada.
- (d) Man kan inte dra någon av slutsatserna (a)-(c).

(nr 19, 2011) Pythagoras sats lyder: *I en rätvinklig triangel är summan av kvadraterna på kateterna lika med kvadraten på hypotenusan.* Av Pythagoras sats följer att

- (a) Givet tre positiva tal  $a, b, c$  finns en rätvinklig triangel som har just dessa tre tal som sidlängder.
- (b) En triangel med sidlängder 3,4,5 är rätvinklig.
- (c) Det finns ingen rätvinklig triangel med sidlängder 5,10,11.
- (d) Ingen av slutsatserna (a)-(c) följer av Pythagoras sats.

De två sista uppgifterna undersöker elevens förmåga att resonera logiskt.

(nr 20, 2009) Givet triangeln ABC med sidlängder  $|AB| = c$ ,  $|BC| = a$ ,  $|CA| = b$ , låt  $l_c$  vara längden av bisektrisen till vinkeln C. Då gäller

$$(a) \quad l_c^2 = ab \frac{(a+b)^2 - c^2}{(a+b)^2};$$

$$(b) \quad l_c^2 = c^2 \frac{(a+b)^2 - c^2}{(a+b)^2};$$

$$(c) \quad l_c^2 = abc \frac{(a+b)^2 - c^2}{(a+b)^2};$$

$$(d) \quad l_c^2 = a^2 \frac{(a+b)^2 - c^2}{(a+b)^2}.$$

Mycket få elever, om några alls, är bekanta med formeln för bisektrisens längd. Uppgiften undersöker om man klarar av att eliminera de svar som är fel genom att använda dimensionsanalys, symmetriskäl, kunskaper om specialfall etc.

I fysikdelen står mekaniken för drygt hälften av alla poäng. Avsnitt som behandlas populärvetenskapligt på gymnasiet undviks. Inslaget av numeriska räkningar är minimalt och kraven på numerisk precision är låga (ibland kan t.ex. bara rätt tiopotens efterfrågas). En lista över storheter och konstanter, varav vissa behövs i uppgifterna, tillhandahålls.

Några exempel från fysikdelen:

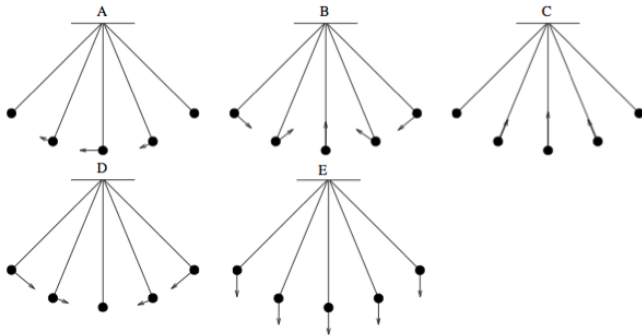
(nr 9, 2007) En projektil med massan  $m$  skjuts med farten  $v$  mot en asteroid med massan  $M$  i vila, och fastnar i den. Vilken eller vilka konserveringslagar behöver användas för att bestämma deras gemensamma hastighet efter träffen?

- A. Energins bevarande, men inte rörelsemängdens bevarande
- B. Rörelsemängdens bevarande, men inte energins bevarande

- C. Både rörelsemängdens och energins bevarande  
D. Varken energins eller rörelsemängdens bevarande

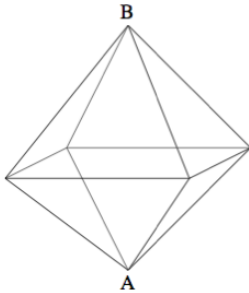
Uppgiften frågar inte efter svaret på problemet, utan undersöker om man har en begreppsmässig bild av vad som krävs för att lösa det. Speciellt testar den förståelse av konserveringslagar, alternativt förståelse för frihetsgrader.

(nr 4, testprov 2006) En kula fastsatt i ett snöre pendlar under inverkan av tyngdkraften. Vilket av alternativen A,...,E beskriver bäst kulans acceleration i de fem lägena då den är på väg åt höger i figuren (de yttersta lägena är kulans vändlägen)?



Uppgiften fångar upp en rad oklarheter och missförstånd angående acceleration, till exempel förväxling med hastighet, med snörkraft, med gravitationskraft.

(nr 19, 2011) Tolv likadana trådar, vardera med motståndet  $1.0 \Omega$ , har kopplats samman så att de bildar en oktaeder (se figuren). Hur stort är motståndet mellan hörnen A och B?



Uppgiften är inte av standardkaraktär, men testar förståelse av enkel serie- och parallellkoppling.

Uppgifter liknande de ovan återgivna kombineras med ett antal frågor som är mer av standardkaraktär (enkla "studentskrivningsproblem"), ofta inom mekanik. Ett exempel:

(nr 18, 2010, hämtad från studentskrivning 2008 i Finland.) Vattenkraftverket i Imatra har en elektrisk effekt på 170 MW. Beräkna kraftverkets verkningsgrad, då man vet att kraftverkets fallhöjd är 24 m och att den vattenmängd som rinner genom kraftverket är  $930 \text{ m}^3/\text{s}$ .

I båda provdelarna försöker vi testa förmågan att anpassa en metod efter situationen, snarare än sätta in värden i formler och räkna utan eftertanke. Vi har valt att ha en godkändgräns

på provet som i likhet med gränsen på "vanliga" tentor ligger på 40% av totala antalet poäng. De sökande som inte uppnår denna gräns får inga meritpoäng och tävlar inte om platserna i provkvoten. Uppgifterna bedöms av oss vara tillräckligt svåra för att 40%-gränsen ska stå för acceptabel kunskapsnivå. Det är intressant att notera att andelen godkända har legat relativt stabilt runt  $1/3$ , medan antalet provtagare stigit från c:a 200 år 2007 till knappt 300 år 2010, och nästan 500 år 2011 (det kraftigt ökade antalet 2011 förklaras av att KTH började använda provet).

### III. PROGNOSVÄRDE OCH URVAL

Oavsett vilket urvalsinstrument man väljer är den mest intressanta frågan detta instruments prognosvärde. Frågorna som utvärderingen 2009 försökte besvara var: har vi lyckats nå den kategori av sökande vi ville nå, och finns det en korrelation mellan provresultat och studieresultat på högskolan? Svaret på den andra frågan är något av en besvikelse, vi vet inte säkert. Förklaringen är att det handlar om mycket få individer, och att det därför är svårt att göra en tillförlitlig statistisk analys. Man kan dra två slutsatser. För det första: det finns så gott som inga studenter med mycket bra resultat på Matematik- och fysikprovet som misslyckats med sina studier. Detta är anmärkningsvärt, och en egenskap som inte delas med något annat urvalsinstrument. För det andra: det tycks som att en ökning i provresultatet ökar oddset att lyckas med sina studier mer än en jämförbar ökning av gymnasiebetyget. (Oddset definieras som  $p/(1-p)$ , där  $p$  är sannolikheten för "framgång"; vi valde att definiera "framgång" som uppnått CSN-krav efter tre terminers studier.) Det finns alltså ett statistiskt säkerställt samband mellan studieframgång och provresultat, men det är svårt att förfina detta påstående.

Det är också tydligt att antagningen till programmen påverkas av provet. En stor del av dem som antas på provkvoten hade inte kommit in på sina gymnasiebetyg. Även om det finns ett starkt samband mellan betyg och provresultat är det inte alls så (som kunde befarats) att så gott som precis samma sökande kommer in, fast på en annan kvot.

### IV. VÅRA INTRYCK EFTER FEM ÅR

Eftersom vi själva undervisar på de berörda programmen (MC på F och TM, JM på F, TM och AT, Chalmers) har vi intryck av studenterna som inte går att mäta och uttrycka i statistiska termer. Det är alldeles säkert så att några av våra absolut bästa studenter på F, TM och AT har kommit in på provkvoten, och att de inte skulle ha kommit in på betyg. Deras antal är alldeles för litet för att vara riktigt "mätbart". Samtidigt är de en enorm tillgång, både för sina utbildningar och för sina klasser. Det finns tyvärr även studenter som kommit in med hjälp av hyfsat bra resultat på antagningsprovet, som det inte går så bra för i efterhand (möjligen är den gruppen överrepresenterad på AT). Vi vill här upprepa att de som haft mycket bra provresultat lyckas också mycket bra med sina studier på Chalmers.

(Antagningsprovet har använts som urvalsinstrument på KTH för första gången 2011.)

Provet har varit mycket väl sett både av studenterna och av lärarna på programmen. Vårt intryck, som bekräftar av en intervjuundersökning, är att man delar våra tankar om provets signalvärde, och om dess rättviseaspekt vid urval. Dessutom tycks provet, åtminstone på vissa av programmen, vara i god samklang med studenternas uppfattning om programmets identitet.

När provet var ett par år gammalt slogs vi av tanken att eleverna efter avslutad kurs normalt faktiskt inte har några gymnasieböcker de kan använda för att repetera. Vi gick då ut med en rekommendation att läsa distanskursen Sommarmatte som ges av MV vid Chalmers/GU. Man kan dock inte se någon signifikant skillnad mellan provresultaten före och efter den rekommendationen.

Vi har nu hunnit till ett intryck som slår oss med häpnad. Det verkar finnas en utbredd tro hos dem som söker våra utbildningar att godkända (för att inte tala om väl godkända och mycket väl godkända) gymnasieprestationer i sig är tillräckliga som förberedelse inför provet. Med andra ord, långt ifrån alla som tar provet verkar investera tid och tanke i att förbereda sig. Det finns i varje prov ett antal uppgifter som är omöjliga att förbereda sig inför, men flertalet frågor är, trots sin ”lurighet”, ganska förutsägbara. Sådana är t.ex. de frågor som handlar om de trigonometriska funktionernas tecken i olika intervall, logaritmlagarna, kvadratroten och belopp etc. Det är inte ovanligt att tentander hör av sig dagarna före provet för att ställa frågor om standarduppgifter som förekommit på tidigare prov.

Sammantaget kan vi säga att vi delvis tycker oss ha lyckats, delvis mindre så. Provet tycks fungera bra som komplement till betygsantagningen. Genomslaget som signal om våra förväntningar på nybörjarstudenter har varit sämre än vi hoppades, och bör föranleda att man överväger även andra sätt att tydligare föra ut budskapet.

#### REFERENS

- [1] Utvärdering av matematik- och fysikprovet 2007-2009, Rapport, Chalmers, 2009